

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования



**Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет**

**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор по образовательной  
деятельности

 А.Б. Петроченков

« 13 » февраля 20 23 г.

### **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**Дисциплина:** Механика сплошных сред  
(наименование)

**Форма обучения:** очная  
(очная/очно-заочная/заочная)

**Уровень высшего образования:** бакалавриат  
(бакалавриат/специалитет/магистратура)

**Общая трудоёмкость:** 432 (12)  
(часы (ЗЕ))

**Направление подготовки:** 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
(код и наименование направления)

**Направленность:** Математическое моделирование (СУОС)  
(наименование образовательной программы)

# 1. Общие положения

## 1.1. Цели и задачи дисциплины

Цель формирование комплекса знаний, умений и навыков по владению подходами и методами механики сплошных сред и применению их при математическом моделировании в естественных науках.

Задачи учебной дисциплины

- изучение понятий механики сплошных сред, в частности понятий де-формаций континуума, мер и тензоров деформации, их свойств, понятий геометрически линейных и нелинейных подходов; мер скоростей деформаций, их свойств; аксиоматики механики сплошных сред, законов динамики, балансовых уравнений, тензоров напряжений, моментных напряжений, понятий полярных и неполярных континуумов, неинерциальных систем отсчета, законов преобразования уравнений механики и входящих в них величин при замене системы отсчета; структуры балансовых уравнений, физических причины изменения массы, количества движения, момента количества движения, энергии и ее составляющих; видов поверхностей разрывов в сплошных телах и записи соотношений на поверхностях разрывов; изучение основных понятий теории определяющих соотношений, математических моделей классических сред (га-зов, жидкостей, упругих и упругопластических твердых тел); основ неравно-весной термодинамики континуума, понятий устойчивости материала и конструкции; изучение методов решения задач механики сплошных сред для классических сред;
- формирование умения применять основные понятия нелинейной механики сплошных сред для формулировки математических постановок задач в научно-исследовательской деятельности, в том числе, обосновывать и выбирать в подходящие меры и тензоры деформаций, тензоры напряжений, записывать в уравнениях баланса физических величин слагаемые для потоков, источников и стоков этих величин в интегральном и локальном представлении, обосновывать использование конкретной модели сплошной среды, анализировать сделанную математическую постановку, линеаризовать поставленную задачу, записать начальные и граничные условия; применять на практике методы и приемы решения задач механики жидкости и газа, теории упругости, теории пластичности при использовании различных критериев пластического течения; использовать законы неравновесной термодинамики сплошной среды для формулировки и исследования постановок задач механики сплошных сред;
- формирование навыков математической постановки и решения задач из различных разделов механики сплошных сред (решения классических задач механики жидкости и газа, теории упругости, теории пластичности, неравновесной термодинамики сплошных сред), навыков учета в математической постановке механики сплошных сред связи между переменными, описывающими движение среды, и переменными, отвечающими за изменение различных физических величин при движении среды, владения практическими приемами и методами решения задач механики сплошных сред.

## 1.2. Изучаемые объекты дисциплины

Деформируемая сплошная среда как дифференцируемое многообразие и вводимые на нем объекты, такие как векторы перемещений, скоростей перемещений, тензоры и меры деформаций, напряжений, скоростей деформаций, их производные, в том числе объективные, связи между ними, системы отсчета; интенсивные характеристики массы, количества движения, момента количества движения, энергии и ее составляющих, балансовые уравнения для введенных величин, поверхности разрыва и соотношения на них, включая граничные условия, определяющие соотношения для классических сред, замкнутые математические постановки задач механики сплошных сред и методы их анализа и решения.

### 1.3. Входные требования

Знание на продвинутом уровне аппарата математического анализа, тензорного анализа, понятий физики, теоретической механики

### 2. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.1	ИД-1ПК-1.1	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"><li>– гипотезы континуума, понятия деформаций континуума, основные меры и тензоры деформаций, их геометрический смысл в нелинейной формулировке и в линеаризованном случае;</li><li>– определения скоростных мер деформаций сплошной среды, определения материальных производных, виды объективных производных тензоров различного ранга;</li><li>– аксиомы механики сплошных сред и их математические формулировки в виде балансовых уравнений для интенсивных характеристик массы, количества движения, момента количества движения, энергии и ее составляющих;</li><li>– основные требования к определяющим соотношениям, правила перехода к неинерциальным системам отсчета;</li><li>– математические модели классических сред — газов, жидкостей, упругих и упругопластических твердых тел, особенности применения упрощенных постановок</li></ul>	<p>Знает парадигму и основные концепции развития прикладной математики и математического моделирования, современные подходы и методы проведения научных исследований, современные и классические математические модели систем и процессов.</p>	Контрольная работа

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
ПК-1.1	ИД-2ПК-1.1	<p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– применять основные понятия нелинейной механики сплошных сред для формулировки математических постановок и решения задач в своей научно-исследовательской деятельности;</li> <li>– обосновывать и выбирать подходящие для описания исследуемого процесса меры и тензоры деформаций, скорости деформаций, тензоры напряжений, моментных напряжений, подвижную систему отсчета;</li> <li>– обосновывать использование конкретной модели сплошной среды, записывать начальные и граничные условия для исследуемой задачи;</li> <li>– анализировать сделанную математическую постановку, линеаризовать поставленную задачу механики сплошных сред для ее предварительного исследования;</li> <li>– применять на практике методы и приемы решения задач механики жидкости и газа, теории упругости, теории пластичности</li> </ul>	<p>Умеет анализировать возможности и применимость математических моделей, применять и модифицировать их для решения научных и прикладных задач, разрабатывать новые математические модели при выполнении научных исследований на современном уровне</p>	Отчёт по практическом у занятию
ПК-1.1	ИД-3ПК-1.1	<p>Владеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыками математической постановки и решения задач из различных разделов механики сплошных сред (решения классических задач механики жидкости и газа, теории упругости,</li> </ul>	<p>Владеет навыками выполнения научно-исследовательской работы, применения и модификации известных математических моделей для получения новых научных и прикладных результатов</p>	Курсовая работа

Компетенция	Индекс индикатора	Планируемые результаты обучения по дисциплине (знать, уметь, владеть)	Индикатор достижения компетенции, с которым соотнесены планируемые результаты обучения	Средства оценки
		теории пластичности твердых тел, неравновесной термодинамики сплошных сред); – практическими приемами и методами решения задач классических разделов механики сплошных сред.		

### 3. Объем и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов	Распределение по семестрам в часах		
		Номер семестра		
		4	5	6
1. Проведение учебных занятий (включая проведение текущего контроля успеваемости) в форме:	189	72	70	47
1.1. Контактная аудиторная работа, из них:				
- лекции (Л)	84	34	34	16
- лабораторные работы (ЛР)				
- практические занятия, семинары и (или) другие виды занятий семинарского типа (ПЗ)	95	34	34	27
- контроль самостоятельной работы (КСР)	10	4	2	4
- контрольная работа				
1.2. Самостоятельная работа студентов (СРС)	207	36	74	97
2. Промежуточная аттестация				
Экзамен	36		36	
Дифференцированный зачет				
Зачет	18	9		9
Курсовой проект (КП)				
Курсовая работа (КР)	18			18
Общая трудоемкость дисциплины	432	108	180	144

### 4. Содержание дисциплины

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
4-й семестр				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Кинематика деформирования сплошной среды	10	0	10	12
<p>Тема 1. Понятие сплошной среды. Континуализация. Гипотезы континуума. Понятие деформации континуума. Конфигурации. Материальные линии. Векторы локального базиса. Аффинные искажения. Деформационный градиент.</p> <p>Тема 2. Математические основы механики. Знакомство с МСС. Методы МСС. Область применимости. Примеры. Дифференциальные операторы над тензорами различного ранга в криволинейных системах координат. Производные функций по тензорному аргументу.</p> <p>Тема 3. Деформируемый континуум как дифференцируемое многообразие. Изменение метрики при деформировании. Меры и тензоры деформаций. Физический смысл компонент тензоров деформаций. Теорема о полярном разложении невырожденного тензора 2-го ранга. Представление мер и тензоров деформаций с помощью множителей из полярного разложения аффинора.</p> <p>Тема 4. Эллипсоиды деформаций. Главные оси тензоров деформаций. Собственные числа тензоров деформаций. Изменение материальных площадок, нормалей и объема при деформировании среды. Примеры построения мер для простейших видов аффинной и неаффинной кинематики деформирования среды.</p> <p>Тема 5. Приближение малых деформаций. Разложение дисторсии на симметричную и антисимметричную части. Аксиальный вектор поворота. Условие совместности малых деформаций. Условие совместности при больших деформациях. Примеры.</p>				
Скорости деформаций континуума	6	0	6	8
<p>Тема 6. Вектор скорости частиц среды. Материальная производная. Локальная (частная) производная по времени, конвективная производная. Свойства материальной производной. Градиент скорости, тензор деформации скорости и вихря. Аксиальный вектор вихря. Теорема Коши-Гельмгольца. Примеры вычисления градиента скорости, деформации скорости вихря для простейших видов движения сплошной среды.</p> <p>Тема 7. Собственные векторы и числа тензора деформации скорости. Представление тензора вихря в собственном базисе тензора деформации скорости. Геометрическая картина изменения малой окрестности точки среды при мгновенных (бесконечно малых) преобразованиях. Кинематический смысл аксиального вектора вихря.</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Тензоры спина. Тема 8. Соотношения между скоростями изменения тензоров деформации и градиентом скорости. Коротационные и конвективные производные. Вывод различных производных. Скорости изменения материальных площадок и объема сплошной среды.				
Балансовые уравнения, напряжения, основные сведения об определяющих соотношениях	16	0	16	8
Тема 9. Закон сохранения массы: определения, аксиомы. Дифференцирование интеграла по подвижному объему. Вычисление материальных производных от функций различного ранга в отсчетной и текущей конфигурациях. Теорема Остроградского-Гаусса, ее обобщения. Общая структура балансовых уравнений. Уравнение неразрывности, уравнение несжимаемости. Л – 2 ч. Тема 10. Уравнение баланса количества движения: определение, аксиомы. Объемные и поверхностные силы. Внешние и внутренние силы. Вектор напряжений. Теоремы Коши о свойствах вектора напряжений. Л – 2 ч. Тема 11. Тензор напряжений Коши. Тензоры напряжений Пиолы-Кирхгофа. Физический смысл компонент тензора напряжений Коши. Уравнение движения сплошной среды в пространственном и материальном описании. Л – 2 ч. СРС – 2 ч. Тема 12. Уравнение баланса момента количества движения (МКД): определение, аксиомы. Внутренние и внешние, поверхностные и объемные моменты и моменты-пары. Тензор моментных напряжений. Интегральная и локальная формы уравнения баланса МКД. Неполярные и полярные среды. Уравнение МКД в материальном описании. Л – 2 ч. СРС – 2 ч. Тема 13. Первый закон термодинамики. Интегральная форма закона сохранения энергии: определения, аксиомы. Вектор потока тепла. Локальное уравнение баланса энергии. Теорема живых сил и уравнение притока тепла. Закон сохранения энергии в лагранжевом описании. Л – 2 ч. Тема 14. Второй закон термодинамики: определения, аксиомы. Интегральная формулировка. Неравенство Планка (положительность производства энтропии за счет внутренних источников). Неравенство Клаузиуса (для плотности производства энтропии). Дифференциальная формулировка второго закона термодинамики. Неравенство Фурье. Второй закон термодинамики в материальном описании.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Тема 15. Полная система законов МСС в интегральной и локальной форм-мах. Анализ замкнутости постановки. Обзор основных принципов построения определяющих соотношений. Энергетически сопряженные пары тензоров. Тема 16. Принцип материальной индифферентности. Жесткое движение сплошного тела. Индифферентные и инвариантные тензоры. Плотность и деформационный градиент. Тензоры деформаций. Тензоры напряжений. Вектор скорости при жестком движении. Тензоры деформации скорости и вихря при жестком движении. Коротационные производные при наложенном жестком движении. Законы МСС при наложении жесткого движения.				
Основные сведения о поверхностях разрыва в сплошной среде	2	0	2	8
Тема 17. Соотношения на поверхностях разрыва. Понятие поверхности разрыва. Классификация поверхностей разрыва. Правило дифференцирование объемного интеграла при наличии поверхности разрыва. Нормальная скорость движения поверхности разрыва. Тема 18. Теорема Кочина. Соотношения на поверхностях разрыва в от-счетной и текущей конфигурациях. Граничные условия для уравнений МСС как следствие условий на поверхностях разрыва				
ИТОГО по 4-му семестру	34	0	34	36
5-й семестр				
Механика жидкости и газа	12	0	12	20
Тема 19. Идеальные жидкости и газы: определения, свойства. Балансовые уравнения. Приближение несжимаемости. Граничные условия. Изэнтропийные течения. Область применимости различных приближений. Тема 20. Малые возмущения в идеальной жидкости и газе. Волновые уравнения. Свойства звуковой волны. Смена типа уравнения для потенциала скорости в стационарном течении при переходе через скорость звука. Гидростатика. Интеграл Бернулли. Тема 21. Линии и трубки тока. Вихревые трубки. Теоремы Гельмгольца. Теорема Кельвина (Томсона). Потенциальные течения идеальной жидкости и газа. Тема 22. Плоские течения несжимаемой жидкости. Метод комплексных потенциалов. Обтекание различных тел. Парадокс Эйлера-Даламбера.				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>Тема 23. Вязкие жидкости. Ламинарные течения несжимаемой вязкой жидкости. Течения Куэтта и Пуазейля. Объемная и динамическая вязкость. Теплопроводная жидкость.</p> <p>Тема 24. Безразмерное уравнение Навье-Стокса. Числа Рейнольдса и Фру-да. Турбулентные течения вязкой жидкости (обзор экспериментов). Некоторые точно решаемые задачи о течении вязких жидкостей. Течения в узких зазорах, вывод закона Дарси.</p>				
Теория упругости	18	0	18	32
<p>Тема 25. История развития МДТТ и науки о материалах. Возникновение теории упругости. Имена и лица теории упругости. Эксперименты Галилея, Гука, Мариотта. Работы Лейбница, семейства Бернулли, Эйлера, Навье, Коши, Пуассона, Ламе, Клапейрона. Спор о количестве упругих постоянных. Вклад Грина. Упругий потенциал.</p> <p>Тема 26. Упругость по Коши, упругость по Грину. Обобщенный закон Гука. Симметричные свойства тензора линейно-упругих свойств. Число независимых ненулевых компонент. Материальная симметрия. Оси и плоскости симметрии. Типы кристаллических решеток металлов. Определение структуры обобщенного закона Гука для основных кристаллических решеток. Изотропный случай.</p> <p>Тема 27. Постановка задачи линейной ТУ в перемещениях. Вывод уравнений Ламе. Граничные условия.</p> <p>Тема 28. Уравнения Бельтрами-Митчелла. Условие совместности в напряжениях. Теорема Клапейрона. Единственность решения задачи линейной теории упругости. Принцип виртуальных работ. Классические теоремы статики линейной ТУ: теорема о минимуме потенциальной энергии, вариационный принцип Кастильяно. Осреднение упругой энергии, напряжений, де-формаций. Оценка Хилла эффективных упругих свойств.</p> <p>Тема 29. Вывод уравнений Ламе из принципа минимума потенциальной энергии. Вывод уравнений Бельтрами-Митчелла из принципа минимума дополнительной работы (принципа Кастильяно). Вариационный принцип Рейс-снера. Теорема Бетти о взаимности работ.</p> <p>Тема 30. Фундаментальное решение для изотропной упругой среды, задача Кельвина.</p> <p>Тема 31. Методы решения задач ТУ на основе функций смещения, решение Буссинеска-Галеркина, решение Папковича. Методы решения задач ТУ на основе функций напряжений.</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
<p>Тема 32. Задача о включении, вывод решения Эшелби. Задача Кирша.</p> <p>Тема 33. Плоская задача ТУ. Уравнения ПДС, ПНС. Комплексные переменные, комплексные потенциалы. Сила и момент, действующие на контур. Формула Колосова-Мухелишвили. Решение для краевой дислокации. Устойчивые дислокационные субструктуры. Поле напряжений от точечного дислокационного диполя. Задача о трещине. Решение вблизи носа трещины. Коэффициент интенсивности напряжений.</p> <p>Тема 34. Проблема упругой устойчивости. Неоднозначность решения задач ТУ. Постановка и анализ задач ТУ при больших деформациях. Классификация постановок. Энергетический критерий определения критических нагрузок.</p> <p>Тема 35. Деформации гибких упругих тел. История решения задачи ТУ для пластинок и оболочек. Теория Кирхгофа. Сущность допущений Кирхгофа. Заключение: пути проникновения нелинейности в постановки задач ТУ, физическая и геометрическая нелинейности, классификация постановок (Новожилов), области их применимости.</p>				
Теория пластических деформаций	4	0	4	22
<p>Тема 36. Обзор классических экспериментов. Классическая теория пластичности для металлов, обобщающая результаты экспериментов. Понятие поверхности и кривой текучести. Интенсивность напряжений и деформаций. Критерии пластического течения Треска-Сен-Венана и Мизеса. Упрочнение, различные параметры упрочнения. Теория пластического течения (ТПТ) с упрочнением.</p> <p>Тема 37. Внутренние напряжения в упругопластических телах. Тензор плотности дислокаций. Элементарная теория линий скольжения при плоской пластической деформации.</p>				
ИТОГО по 5-му семестру	34	0	34	74
6-й семестр				
Неравновесная термодинамика континуума	10	0	20	58
<p>Тема 38. Принципы построения неравновесной ТД. Понятия обобщенных ТД потоков и сил. Изменение энтропии при отклонении от состояния ТД равновесия. Соотношения взаимности Онзагера.</p> <p>Тема 39. Многокомпонентные среды. Запись полной системы уравнений МСС для многокомпонентных сред.</p> <p>Тема 40. Термодинамические функции.</p>				

Наименование разделов дисциплины с кратким содержанием	Объем аудиторных занятий по видам в часах			Объем внеаудиторных занятий по видам в часах
	Л	ЛР	ПЗ	СРС
Химический потенциал. Вывод потока тепла, энтропии, производства энтропии для многокомпонентных сред с теплопроводностью и диффузией. Неравенство Клаузиуса-Дюгема. Использование соотношений Онзагера и принципа Кюри. Приложения к теории больших деформаций.				
Теория пластичности металлов при больших деформациях	6	0	7	21
Тема 41. Мультипликативное разложение деформационного градиента. Представление градиента скорости. Кристаллы, системы скольжения. Ки-нематика пластического деформирования. Факторы Шмида для систем скольжения. Основные соотношения физической теории пластичности (ФТП). Тема 42. Сравнение ФТП и ТПТ, строение поверхностей текучести, учет анизотропии. Вариант ФТП, нечувствительной к скоростям. Вязкопластический вариант. Вариационная формулировка для использования в МКЭ. Тема 43. Неустойчивость в пластических материалах (потеря строгой эллиптичности). Механизмы дестабилизации материала. Возможность локализации пластических деформаций.				
Курсовая работа	0	0	0	18
Курсовая работа				
ИТОГО по 6-му семестру	16	0	27	97
ИТОГО по дисциплине	84	0	95	207

### Тематика примерных практических занятий

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
1	Лагранжев закон движения сплошной среды. Построение векторов локального базиса в отсчетной и текущей конфигурациях для заданных видов движения сплошной среды. Нахождение деформационного градиента. Проверка для заданного в компонентах тензора деформационного градиента гипотез континуума.
2	Вычисление производных от длины радиус-вектора в текущей конфигурации, от нормированного радиус вектора, от диады радиус-векторов, от векторов локального базиса и их тензорного произведения по тензору деформационного градиента
3	Нахождение мер и тензоров деформаций для заданных видов движения в различных системах координат. Нахождение сомножителей из полярного разложения аффинора для этих видов движения
4	Определение главных значений мер и тензоров деформаций для заданных видов движения сплошной среды. Представление изменения элементарного объема сплошной среды через инварианты различных мер и тензоров деформаций

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
5	Преобразование мер и тензоров деформаций, их инвариантов, выражений для изменения элементарной площадки и объема в приближении малых деформаций. Построение для заданных движений тензора малого поворота и его аксиального вектора. Проверка условий совместности деформаций при использовании различных криволинейных систем координат. Определение поля перемещений по заданному полю тензора малых деформаций.
6	Вычисление тензоров градиента скорости, деформаций скорости и вихря для заданных видов движения сплошной среды. Переход от лагранжевого способа описания движения к эйлеровому и наоборот.
7	Вычисление тензора спина для различных ортонормированных базисов, определение результирующего тензора спина при последовательном наложении нескольких вращений.
8	Получение соотношений для связи между материальными производными различных тензоров и мер деформаций с тензором деформации скорости. Использование полярного разложения аффинора. Проверка правила дифференцирования скалярного произведения векторов и тензоров для конвективных и коротационных производных. Построение траекторий и линий тока для заданных движений. Выяснение, при каких условиях они совпадают
9	Двумерные течения сплошной среды, проверка условий несжимаемости заданных в эйлеровой форме течений. Получение для рассмотренных течений законов изменения плотности в материальной точке и точке пространства. Запись уравнения неразрывности в различных криволинейных системах координат. Вывод уравнения изменения свободной поверхности для слоя несжимаемой жидкости
10	Вычисление скоростей изменения количества движения и момента количества движения для различных движений сплошной среды. Исследование наложения различных движений
11	Исследование тензоров напряжений Коши, Пиолы, Био, тензоров Пиолы-Кирхгофа. Запись физических компонент тензоров напряжений и уравнения движения в криволинейных системах координат.
12	Вывод уравнения для собственного момента количества движения. Исследование эффекта Эйнштейна-де Гааза. Вывод уравнения Эйлера для вращающегося твердого тела.
13	Вывод балансовых уравнений для составляющих энергии в локальной форме. Запись первого закона термодинамики в локальной форме для многокомпонентных сред. Получение уравнений в терминах отсчетной и текущей конфигураций.
14	Запись второго закона термодинамики в локальной форме для многокомпонентных сред. Получение уравнений в терминах отсчетной и текущей конфигураций
15	Исследование энергетически сопряженных пар тензоров напряжений и деформаций
16	Проверка законов преобразования при наложенном жестком движении известных скалярных, векторных и тензорных характеристик, описывающих напряженно-деформированное состояние сплошной среды
17	Получение правил изменения выражений на поверхностях разрыва для известных скалярных, векторных и тензорных характеристик, описывающих напряженно-деформированное состояние сплошной среды
18	Доказательство и применение теоремы Кочина для различных типов разрывов и видов движения поверхности разрыва
19	Получение полей давления и температуры в простейших течениях идеальных жидкостей и газов
20	Решение задач на применение интеграла Бернулли
21	Исследование потенциальности течений, получение механических величин в потенциальных течениях. Получение функций тока и потенциала скорости для различных

№ п.п.	Наименование темы практического (семинарского) занятия
	простейших трехмерных течений. Решение задачи об обтекании шара
22	Получение функций тока и потенциала скорости для различных плоских течений идеальных жидкостей с помощью комплексного потенциала. Решение задачи об обтекании диска на плоскости (бесконечного цилиндра)
23	Получение решений для ламинарных течений вязкой жидкости — течения Куэтта, Пуазейля, смешанное течение
24	Решение задачи о ламинарном течении вязкой жидкости между вращающимися коаксиальными цилиндрами и соосно вращающимися плоскостями
25	Вычисление производной от упругого потенциала как функции расстояния между частицами среды в текущей конфигурации по аффинору, тензорам деформаций Коши-Грина, Альманси. Выражения для тензоров напряжений Пиолы-Кирхгофа и Коши для произвольных деформаций упругой среды
26	Исследования числа независимых ненулевых компонент тензора упругих модулей для различных случаев материальной анизотропии. получение связей между упругими постоянными и запись через них закона Гука для изотропной среды
27	Решение уравнений Ламе для простейших случаев деформирования упругих тел в различных криволинейных системах координат (статика). Исследование изгиба, кручения прямых брусьев различного сечения.
28	Решение уравнений Бельтрами-Митчелла для простейших случаев деформирования упругих тел в различных криволинейных системах координат (статика)
29	Решение задач на использование вариационных принципов в случае статики упругой среды.
30	Получение решений для диполя сил, дуплета сил, центра всестороннего растяжения-сжатия, пары сил, центра скручивания с помощью фундаментального решения для сосредоточенной силы в сплошном теле.
31	Решение задач на равновесие упругих тел с помощью функций напряжений
32	Доказательство некоторых этапов получения решения задачи Эшелби.
33	Решение задач на применение комплексного потенциала для плоской задачи статики линейной теории упругости.
34	Решение задач об устойчивости упругих стержней
35	Решение задач для нелинейных упругих стержней и гибких нитей
36	Исследование критериев пластического течения для простейших случаев напряженного состояния пластического тела
37	Получение точных решений упругопластических задач для простейших тел и видов нагружения. Нахождение линий скольжения в простейших случаях
38	Решение простейших задач по эндохронной теории
39	Исследование коэффициентов Онзагера, связывающих термодинамические силы и потоки в случае скалярных, векторных, тензорных величин.
40	Вывод эллиптического и гиперболического уравнений диффузии в многокомпонентной среде.
41	Решение задач на применение неравенства Клаузиуса-Дюгема
42	Исследование уравнений ФТП при одной активной системе скольжения
43	Построение поверхности текучести для ФТП
44	Исследование механизмов разупрочнения материала в одномерном случае

## Тематика примерных курсовых проектов/работ

№ п.п.	Наименование темы курсовых проектов/работ
1	Фундаментальное решение задачи изотропной линейной теории упругости в несимметричной постановке
2	Градиентная модель линейно-упругой среды
3	Строение тензора линейно-упругих модулей второго порядка для градиентной модели линейно-упругой изотропной среды
4	Поле напряжений краевой дислокации с учетом членов второго и третьего порядка
5	Остаточные напряжения в трубе и цилиндре при знакопеременном растяжении и кручении
6	Остаточные напряжения в толстостенной трубе после поверхностного упрочнения
7	Скоростная форма закона Гука в терминах первого тензора Пиолы-Кирхгофа
8	Разложение тензора плотности ГНД на краевые, винтовые и смешанные составляющие
9	Многократное сдвиговое деформирование частицы из упругопластического материала
10	Задача о сворачивании упруго-пластической ленты в спиральношовную трубу

### 5. Организационно-педагогические условия

#### 5.1. Образовательные технологии, используемые для формирования компетенций

Проведение лекционных занятий по дисциплине основывается на активном методе обучения, при котором учащиеся не пассивные слушатели, а активные участники занятия, отвечающие на вопросы преподавателя. Вопросы преподавателя нацелены на активизацию процессов усвоения материала, а также на развитие логического мышления. Преподаватель заранее намечает список вопросов, стимулирующих ассоциативное мышление и установление связей с ранее освоенным материалом.

Практические занятия проводятся на основе реализации метода обучения действием: определяются проблемные области, формируются группы. При проведении практических занятий преследуются следующие цели: применение знаний отдельных дисциплин и креативных методов для решения проблем и принятия решений; отработка у обучающихся навыков командной работы, межличностных коммуникаций и развитие лидерских качеств; закрепление основ теоретических знаний.

При проведении учебных занятий используются интерактивные лекции, групповые дискуссии, анализ ситуаций и имитационных моделей.

## 5.2. Методические указания для обучающихся по изучению дисциплины

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

## 6. Перечень учебно-методического и информационного обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

### 6.1. Печатная учебно-методическая литература

№ п/п	Библиографическое описание (автор, заглавие, вид издания, место, издательство, год издания, количество страниц)	Количество экземпляров в библиотеке
<b>1. Основная литература</b>		
1	Актуальные проблемы механики. Т. 1. Санкт-Петербург : Ин-т проблем машиноведения РАН, 2006. 306 с., 1 л. портр.	2
2	Зубко И. Ю., Няшина Н. Д. Математическое моделирование: дискретные подходы и численные методы : учебное пособие для вузов. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2012. 364 с. 29,5 усл. печ. л.	5
3	Крайнов В. П. Лекции по избранным проблемам механики сплошных сред : учебное пособие для вузов. Долгопрудный : Интеллект, 2014. 118 с. 7,5 усл. печ. л.	1
4	Папуша А. Н. Механика сплошных сред : учебник для вузов. Москва Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2011. 686 с. 55,47 усл. печ. л.	1
5	Победря Б. Е., Георгиевский Д. В. Основы механики сплошной среды : курс лекций учебное пособие для вузов. Москва : Физматлит, 2006. 272 с.	20
6	Тимошенко С. П. История науки о сопротивлении материалов. С краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений : пер. с англ. 2-е изд., стер. М. : УРСС, 2006. 536 с.	25
<b>2. Дополнительная литература</b>		
<b>2.1. Учебные и научные издания</b>		
1	Горшков А. Г., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В. Основы тензорного анализа и механика сплошной среды : учебник для вузов. Москва : Наука, 2000. 214 с.	9
2	Ильюшин А. А. Механика сплошной среды : учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. Москва : Изд-во МГУ, 1990. 310 с.	29
3	Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа : учебник для вузов. 7-е изд., испр. М. : Дрофа, 2003. 840 с.	113
4	Механика сплошной среды. 1. Санкт-Петербург : Лань, 2004. 528 с.	48
5	Механика сплошной среды. 2. Санкт-Петербург : Лань, 2004. 560 с.	38
6	Механика сплошной среды. Кинематика. Пермь : Изд-во ПГТУ, 1994. 87 с.	38

7	Механика сплошной среды. Классические среды. Пермь : Изд-во ПГТУ, 1996. 141 с.	38
8	Механика сплошных сред. Основы и классические модели жидкостей. Москва : Наука, 2000. 256 с.	27
9	Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. М. : Эдиториал УРСС, 1999. 205 с.	1
10	Поздеев А. А., Трусов П. В., Няшин Ю. И. Большие упругопластические деформации : теория, алгоритмы, приложения. Москва : Наука, 1986. 232 с.	3
11	Работнов Ю. Н. Механика деформируемого твердого тела : учебное пособие. 2-е изд., испр. Москва : Наука : Физматлит, 1988. 712 с.	46
12	Трусделл К. Первоначальный курс рациональной механики сплошных сред : пер. с англ. М. : Мир, 1975. 592 с.	4
13	Трусов П. В., Дударь О. И. Механика сплошной среды. Динамика сплошной среды. Пермь : Изд-во ПГТУ, 1995. 72 с.	36
<b>2.2. Периодические издания</b>		
1	Вестник ПНИПУ. Механика : журнал. Пермь : Изд-во ПНИПУ, 2012 - .	
2	Вычислительная механика сплошных сред : журнал. Пермь : ИМСС УрО РАН, 2008 - .	
3	Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа : научный журнал. Москва : Наука, 1966 - .	
4	Известия Российской академии наук. Механика твердого тела : научный журнал. Москва : Наука, 1966 - .	
5	Прикладная механика и техническая физика : журнал. Новосибирск : СО РАН, 1960 - .	
6	Физика твердого тела : журнал. Санкт-Петербург : Наука, 1959 - .	
7	Физическая мезомеханика : журнал. Томск : Ин-т физики прочности и материаловедения СО РАН, 1998 - .	
<b>2.3. Нормативно-технические издания</b>		
	Не используется	
<b>3. Методические указания для студентов по освоению дисциплины</b>		
	Не используется	
<b>4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студента</b>		
	Не используется	

## 6.2. Электронная учебно-методическая литература

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Ильюшин А. А. Механика сплошной среды. — М.: Изд-во МГУ, 1990.	<a href="https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2580">https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2580</a>	сеть Интернет; авторизованный доступ

Вид литературы	Наименование разработки	Ссылка на информационный ресурс	Доступность (сеть Интернет / локальная сеть; авторизованный / свободный доступ)
Дополнительная литература	Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. — М: Наука, 1986.	<a href="https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib7100">https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib7100</a>	сеть Интернет; авторизованный доступ
Дополнительная литература	Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука,	<a href="https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2144">https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2144</a>	сеть Интернет; авторизованный доступ
Дополнительная литература	Трусов П.В., Дударь О.И., Онискив В.Д. Механика сплошной среды. Ч.1: Кинематика. — Пермь: ПГТУ, 1994	<a href="https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2113">https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib2113</a>	сеть Интернет; свободный доступ
Основная литература	Зубко И.Ю., Няшина Н.Д. Математическое моделирование: дискретные подходы и численные методы: учеб. пособие. — Пермь: Изд-во ПНИПУ. 2012.	<a href="https://elib.pstu.ru/Record/lanRU-LAN-BOOK-160837">https://elib.pstu.ru/Record/lanRU-LAN-BOOK-160837</a>	сеть Интернет; свободный доступ
Основная литература	Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды.- Москва : Физматлит, 2006	<a href="https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib6101">https://elib.pstu.ru/Record/RUPNRPUelib6101</a>	сеть Интернет; авторизованный доступ

### **6.3. Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Вид ПО	Наименование ПО
Операционные системы	MS Windows 11 (подп. Azure Dev Tools for Teaching )
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Dr.Web Enterprise Security Suite, 3000 лиц, ПНИПУ ОЦНИТ 2017
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Mathematica Professional Version (лиц.L3263-7820*)
Прикладное программное обеспечение общего назначения	Microsoft Office Visio Professional 2016 (подп. Azure Dev Tools for Teaching)

### **6.4. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных Elsevier "Freedom Collection"	<a href="https://www.elsevier.com/">https://www.elsevier.com/</a>
База данных Scopus	<a href="https://www.scopus.com/">https://www.scopus.com/</a>

Наименование	Ссылка на информационный ресурс
База данных Web of Science	<a href="http://www.webofscience.com/">http://www.webofscience.com/</a>
Научная библиотека Пермского национального исследовательского политехнического университета	<a href="http://lib.pstu.ru/">http://lib.pstu.ru/</a>
Электронно-библиотечная система Лань	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>
Электронно-библиотечная система IPRbooks	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>
Информационные ресурсы Сети КонсультантПлюс	<a href="http://www.consultant.ru/">http://www.consultant.ru/</a>
Электронная библиотека диссертаций Российской государственной библиотеки	<a href="http://www.diss.rsl.ru/">http://www.diss.rsl.ru/</a>

## **7. Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине**

Вид занятий	Наименование необходимого основного оборудования и технических средств обучения	Количество единиц
Курсовая работа	Компьютерный класс	10
Лекция	Аудитории, оборудованные ноутбуком, видеопроектором	6
Практическое занятие	Аудитории, оборудованные ноутбуком, видеопроектором	6

## **8. Фонд оценочных средств дисциплины**

Описан в отдельном документе
------------------------------

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Пермский национальный исследовательский политехнический  
университет»

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине  
«Механика сплошных сред»

*Приложение к рабочей программе дисциплины*

<b>Направление подготовки:</b>	01.03.02 Прикладная математика и информатика
<b>Направленность (профиль) образовательной программы:</b>	Математическое моделирование
<b>Квалификация выпускника:</b>	«Бакалавр»
<b>Выпускающая кафедра:</b>	Математическое моделирование систем и процессов
<b>Форма обучения:</b>	Очная

**Курс: 2, 3. Семестры: 4, 5, 6.**

**Трудоёмкость:**

Кредитов по рабочему учебному плану: **12 ЗЕ**

Часов по рабочему учебному плану: **432 ч**

**Виды промежуточного контроля:**

Экзамен: **5**

Зачет: **4, 6**

Курсовая работа: **6**

**Фонд оценочных средств** для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине является частью (приложением) к рабочей программе дисциплины. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине разработан в соответствии с общей частью фонда оценочных средств для проведения промежуточной аттестации основной образовательной программы, которая устанавливает систему оценивания результатов промежуточной аттестации и критерии выставления оценок. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине устанавливает формы и процедуры текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.

### 1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине, объекты оценивания и виды контроля

Согласно РПД освоение учебного материала дисциплины запланировано в течение трех семестров (4, 5, 6-го семестров учебного плана) и разбито на 4 учебных модуля. В каждом модуле предусмотрены аудиторские лекционные и практические занятия, а также самостоятельная работа студентов. В рамках освоения учебного материала дисциплины формируются компоненты компетенций *знать, уметь, владеть*, указанные в РПД, которые выступают в качестве контролируемых результатов обучения (табл. 1.1).

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений осуществляется в рамках текущего, рубежного и промежуточного контроля при изучении теоретического материала и экзамена. Виды контроля сведены в таблицу 1.1.

Таблица 1.1. Перечень контролируемых результатов обучения по дисциплине

Контролируемые результаты обучения дисциплине (ЗУВы)	Вид контроля				
	Текущий	Рубежный	Промежуточный		
	ТПЗ	Т/КР	Зачет	Курс. раб.	Экзамен
<b>Усвоенные знания</b>					
<b>3.1.</b> Гипотезы континуума, понятия деформаций континуума, основные меры и тензоры деформаций, их геометрический смысл в нелинейной формулировке и в линеаризованном случае	+	Т	+		ТВ
<b>3.2.</b> Определения скоростных мер деформаций сплошной среды, определения материальных производных, виды объективных производных тензоров различного ранга	+	Т	+		ТВ
<b>3.3.</b> Аксиомы механики сплошных сред и их математические формулировки в виде балансовых уравнений для интенсивных характеристик массы, количества движения, момента количества движения, энергии и ее составляющих	+	Т	+		ТВ
<b>3.4.</b> Основные требования к определяющим соотношениям, правила перехода к неинерциальным системам отсчета	+	Т	+		ТВ
<b>3.5.</b> Математические модели классических сред — газов, жидкостей, упругих и упругопластических твердых тел, особенности применения упрощенных математических постановок моделей классических сред, методы их решения	+	Т	+		ТВ
<b>3.6.</b> Основы неравновесной термодинамики сплошных сред, определения и критерии устойчивости	+	Т	+		ТВ
<b>Освоенные умения</b>					
<b>У.1.</b> Применять основные понятия нелинейной механики сплошных сред для формулировки математических постановок и решения задач в своей научно-		КР	+	+	ПЗ

исследовательской деятельности					
<b>У.2.</b> Обосновывать и выбирать подходящие для описания исследуемого процесса меры и тензоры деформаций, скоростей деформаций, тензоры напряжений, моментных напряжений, подвижную систему отсчета		КР	+	+	ПЗ
<b>У.3.</b> Обосновывать использование конкретной модели сплошной среды, записывать начальные и граничные условия для исследуемой задачи		КР	+	+	ПЗ
<b>У.4.</b> Анализировать сделанную математическую постановку, линеаризовать поставленную задачу механики сплошных сред для ее предварительного исследования		КР	+	+	ПЗ
<b>У.5.</b> Применять на практике методы и приемы решения задач механики жидкости и газа, теории упругости, теории пластичности при использовании различных критериев пластического течения		КР	+	+	ПЗ
<b>У.6.</b> Использовать законы неравновесной термодинамики сплошной среды для формулировки и исследования постановок задач механики сплошных сред		КР	+	+	ПЗ
<b>Приобретенные владения</b>					
<b>В.1.</b> Навыки математической постановки и решения задач из различных разделов механики сплошных сред (решения классических задач механики жидкости и газа, теории упругости, теории пластичности твердых тел, неравновесной термодинамики сплошных сред)		КР		+	ПЗ
<b>В.2.</b> Практические приемы и методы решения задач классических разделов механики сплошных сред		КР		+	ПЗ

Итоговой оценкой результатов обучения по дисциплине является промежуточная аттестация в виде экзамена, зачета и курсовой работы, проводимая с учетом результатов текущего и рубежного контроля.

## **2. Виды контроля, типовые контрольные задания и шкалы оценивания результатов обучения**

Текущий контроль успеваемости имеет целью обеспечение максимальной эффективности учебного процесса, управление процессом формирования заданных компетенций обучаемых, повышение мотивации к учебе и предусматривает оценивание хода освоения дисциплины. В соответствии с Положением о проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, специалитета и магистратуры в ПНИПУ предусмотрены следующие виды и периодичность текущего контроля успеваемости обучающихся:

- входной контроль, проверка исходного уровня подготовленности обучаемого и его соответствия предъявляемым требованиям для изучения данной дисциплины;
- текущий контроль усвоения материала (уровня освоения компонента «знать» заданных компетенций) на каждом групповом занятии и контроль посещаемости лекционных занятий;
- промежуточный и рубежный контроль освоения обучаемыми отдельных компонентов «знать», «уметь» заданных компетенций путем компьютерного или бланчного тестирования, контрольных опросов, контрольных работ (индивидуальных домашних заданий), защиты отчетов по лабораторным работам, рефератов, эссе и т.д.

Рубежный контроль по дисциплине проводится на следующей неделе после прохождения модуля дисциплины, а промежуточный – во время каждого контрольного мероприятия внутри модулей дисциплины;

- межсессионная аттестация, единовременное подведение итогов текущей успеваемости не менее одного раза в семестр по всем дисциплинам для каждого направления подготовки (специальности), курса, группы;

- контроль остаточных знаний.

### **2.1. Текущий контроль усвоения материала**

Текущий контроль усвоения материала в форме собеседования или выборочного теоретического опроса студентов проводится по каждой теме. Результаты по 4-балльной шкале оценивания заносятся в книжку преподавателя и учитываются в виде интегральной оценки при проведении промежуточной аттестации.

### **2.2. Рубежный контроль**

Рубежный контроль для комплексного оценивания усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных владений (табл. 1.1) проводится в форме рубежных контрольных работ.

#### **2.2.1. Рубежная контрольная работа**

Согласно РПД запланировано 6 рубежных контрольных работ (КР) после освоения студентами основных разделов модулей учебной дисциплины:

Модуль 1. Геометрическое описание движения континуума.

Раздел 1. Кинематика деформирования сплошной среды (**1 контрольная работа**)

Раздел 2. Скорости деформаций континуума (**2 контрольная работа**)

Модуль 2. Математические постановки задач механики сплошных сред.

Раздел 1. Динамика: балансовые уравнения, напряжения, основные сведения об определяющих соотношениях (**3 контрольная работа**)

Раздел 2. Основные сведения о поверхностях разрыва в сплошной среде

Модуль 3. Математические модели классических сред.

Раздел 1. Механика жидкости и газа (**4 контрольная работа**)

Раздел 2. Теория упругости (**5 контрольная работа**)

Раздел 3. Теория пластических деформаций (**6 контрольная работа**)

Модуль 4. Неравновесная термодинамика и физические теории пластичности.

Раздел 1. Неравновесная термодинамика континуума

Раздел 2. Теория пластичности металлов при больших деформациях

#### **Типовые задания первой КР:**

1. Движение несжимаемой среды задано парой конфигураций. Найти деформационный градиент, тензоры деформации Коши-Грина и Альманси, тензоры деформации скорости и вихря. Зависимости  $K(t)$  и  $\varphi(t)$  известны.



2. Найти скорость изменения нормали  $\dot{\hat{\mathbf{n}}}$  к материальной площадке в текущей конфигурации  $\mathcal{K}_t$  при деформировании сплошной среды.  
 3. Найти производную Олдроида от единичного тензора  $\mathbf{I}$ .  
 4. Найти производную Коттера-Ривлина от тензора деформации Альманси  $\hat{\boldsymbol{\epsilon}}^{\text{CR}}$  и тензор деформации скорости для движения, заданного в задаче 1.

### Типовые задания второй КР:

Контрольная работа – 2. Вариант I

МСС – скорости деформаций

1. Вывести выражение для скорости изменения тензора деформации Альманси

$\dot{\mathbf{A}} = \frac{1}{2}(\hat{\nabla}\mathbf{v} + \hat{\nabla}\mathbf{v}^T) - (\hat{\nabla}\mathbf{v} \cdot \mathbf{A} + \mathbf{A} \cdot \hat{\nabla}\mathbf{v}^T)$ , найти связь  $\mathbf{A}^{\&}$  с тензорами  $\mathbf{D}$  и  $\dot{\mathbf{C}}$ , проверить чувствительность к жесткому движению.

Деформируется ли среда (да, нет)? Почему?  $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{W} = \mathbf{0}$ .

### Типовые задания третьей КР:

Контрольная работа – 3. Вариант I

МСС – динамика

- 1) Пусть призматический брус растягивается под действием поверхностных сил, приложенных к торцам бруса так, что эти силы приводятся к силам  $\mathbf{P}$ , противоположно направленным вдоль оси бруса. Массовые и инерционные силы отсутствуют. Считая, что размеры бруса в любой момент  $l, b, h$  известны (при  $t=0: l=L, b=B, h=H$ ), найти компоненты а) тензора напряжений Коши; б) 1-го тензора напряжений Пиола-Киргоффа.
- 2) Найти ошибки:
- взвешенный тензор напряжений Кирхгоффа — инвариантен,
  - тензор деформации скорости — индифферентен,
  - R-производная тензора Альманси — индифферентна.

### Типовые задания четвертой КР:

Контрольная работа – 4. Вариант I

МСС – МЖГ

- 1) Выяснить, при каких условиях многочлен  $\varphi(x, y) = x^5 + ax^3y^2 + 5xy^4$  будет являться потенциалом скорости плоского течения несжимаемой жидкости. Как будет записываться при этом соответствующий комплексный потенциал? Каким будет поле скорости частиц жидкости?
- 2) Бесконечный слой вязкой жидкости толщины  $h$  ограничен свободной поверхностью и неподвижной плоскостью, наклоненной под углом  $\alpha$  к горизонту. Под действием силы тяжести происходит стационарное ламинарное течение жидкости. Найти распределение скорости в слое, максимальную и среднюю по сечению скорость. Считать заданным перепад высот  $H$  на длине канала  $L$ . Подставить в решение значения параметров  $L = 3000$  (км),  $H = 300$  (м),  $h = 5$  (м),  $\nu = 0.01$  (см<sup>2</sup>/с), соответствующие реке Волга. Сравнить с реальностью,

### Типовые задания пятой КР:

Контрольная работа – 5. Вариант I

МСС – упругость

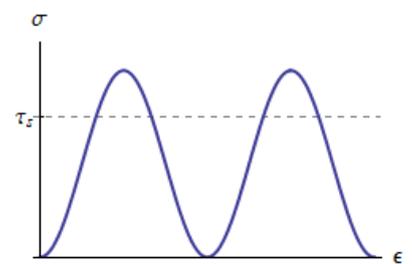
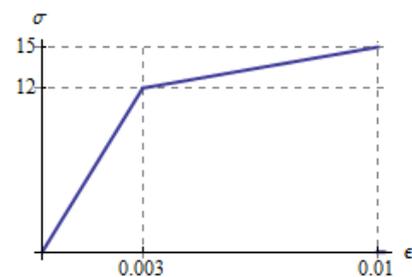
- 1) Решить задачу о гидростатическом сжатии изотропного упругого шарового слоя толщины  $h$ . Считать известными внешнее и внутреннее давление  $P$  и  $P_0$ , а также упругие постоянные: модуль Юнга  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ . Исследовать предельный случай  $h \rightarrow 0$ .
- 2) Доказать, что линейно упругие свойства среды, имеющей ось симметрии 2-го порядка, и среды с плоскостью симметрии, перпендикулярной этой оси, совпадают.

### Типовые задания шестой КР:

Контрольная работа – 6. Вариант I

МСС – пластичность

- 1) Металлический поликристаллический трубчатый образец нагружался крутящим моментом, начиная с недеформированного состояния. На рисунке приведена полученная в эксперименте идеализированная диаграмма  $(\sigma, \epsilon)$ , где  $\sigma = \sigma_{z\varphi}$ ,  $\epsilon = \epsilon_{z\varphi}$  в цилиндрической системе координат, ось  $z$  которой совпадает с осью образца. Считая, что поведение образца можно описать соотношениями модели пластического течения с критерием Губера-Мизеса и изотропным упрочнением, найти по диаграмме упругий модуль сдвига, начальный предел текучести материала при чистом сдвиге и закон упрочнения.
- 2) Изменение напряжений со временем в некотором эксперименте показано на рисунке. Считая, что материал подчиняется закону пластического течения с изотропным упрочнением, нарисовать график изменения соответствующей деформации.



Типовые шкалы и критерии оценки результатов рубежной контрольной работы приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### 2.3. Промежуточная аттестация (итоговый контроль)

Допуск студента к промежуточной аттестации осуществляется по результатам текущего и рубежного контроля. Условиями допуска являются успешная сдача 80% практических заданий и положительная интегральная оценка по результатам текущего и рубежного контроля.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится согласно РПД в виде двух зачетов и устного экзамена по билетам. Зачеты проводятся в виде теста. Экзаменационный билет содержит 2 теоретических вопроса (ТВ) для проверки усвоенных знаний и практическое задание (ПЗ) для проверки освоенных умений и уровня приобретенных владений заявленными дисциплинарными компетенциями.

Экзаменационный билет формируется таким образом, чтобы в него попали вопросы и практические задания, контролирующие уровень сформированности части заявленных дисциплинарных компетенций.

#### 2.3.1. Вариант теста для зачета по дисциплине в первом семестре

**I уровень** (ответить на выбор на 20 вопросов)

1. Движение плоской среды описывается законом  $x^1 = 2X^1 - X^2$ ,  $x^2 = X^1 - 2X^2$ , где  $x^i$  — координаты точек среды в текущей конфигурации  $\mathcal{X}_t$ , а  $X^i$  — в отсчетной конфигурации  $\mathcal{X}_0$ . Выяснить, является ли такое движение физически реализуемым.
2. Как связаны между собой главные векторы мер  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{V}$  из теоремы о полярном разложении деформационного градиента?
3. При выполнении каких условий тензор деформаций Коши-Грина совпадает с симметричной частью дисторсии?
4. Что можно сказать о поле вектора перемещений, если известно, что для поля тензора деформационного градиента выполняется условие  $\mathbf{F} \times \overset{\circ}{\mathbf{V}} \neq \mathbf{0}$ ?
5. Как изменяется величина материального объема при простом сдвиге сплошного тела?
6. Записать закон движения при простом сдвиге сплошной тела.
7. Чему равна материальная производная  $\dot{\mathbf{v}}$  поля скорости  $\mathbf{v}$  сплошной среды при стационарном движении?
8. Какой тензорный оператор связывает скорость  $d\mathbf{v}$  изменения материального отрезка  $d\mathbf{r}$  в текущей конфигурации  $\mathcal{X}_t$  с этим материальным отрезком?
9. Выразить материальную производную  $\dot{\mathbf{F}}$  через  $\mathbf{F}$  и  $\mathbf{L}$ . Какой механический смысл имеет  $\mathbf{L}$ ?
10. Каков механический смысл диагональных компонент тензора деформации скорости  $\mathbf{D}$ ?
11. Какой тензор связывает скорость изменения собственных векторов  $\dot{\mathbf{q}}_i$  тензора деформации скорости  $\mathbf{D}$  с самими этими векторами  $\mathbf{q}_i$ ?
12. Пусть тензор  $\mathbf{Q}$  описывает поворот тройки взаимно ортогональных векторов  $\mathbf{h}^i$  относительно неподвижного базиса пространственной системы координат. Как связывается материальная производная вектора  $\dot{\mathbf{h}}^i$  с  $\mathbf{h}^i$ ?
13. Записать производную по времени поля тензора второго ранга  $\mathbf{A}$  относительно произвольного фиксированного базиса  $\mathbf{e}^i$  пространственной системы координат.
14. Деформируется ли среда при движении, которому соответствуют следующие тензоры деформации скорости и вихря:  $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$ ,  $\mathbf{W} = \mathbf{0}$  (да, нет, почему).
15. Записать закон сохранения массы в интегральной форме, перейти к локальной форме.
16. Назвать причину изменения момента количества движения сплошного тела.
17. Как звали Коши и в каких физических единицах измеряются компоненты тензора напряжений Коши?

18. Каков механический смысл тензора напряжений Пиолы-Кирхгофа?
19. Записать статические граничные условия для сплошного тела.
20. Всегда ли симметричен тензор напряжений Коши?
21. Что такое мощность напряжений?
22. Записать изменение якобиана  $J$  при замене системы отсчета.
23. Записать условие на поверхности разрыва  $\mathbf{n} \cdot [\mathbf{q}/T] = 0$  без использования квадратных скобок, назвать входящие сюда величины.
24. Какой способ описания движения применяется при описании течения жидкостей?
25. Записать уравнение движения для среды с шаровым тензором напряжений.

### 2.3.2. Теоретические вопросы и практические задания для экзамена по дисциплине

#### Теоретические вопросы для контроля усвоенных знаний:

1. Общая структура балансовых уравнений. Уравнение неразрывности, уравнение несжимаемости.
2. Уравнение баланса количества движения: определение, аксиомы. Объемные и поверхностные силы. Внешние и внутренние силы. Вектор напряжений. Теоремы Коши о свойствах вектора напряжений.
3. Тензор напряжений Коши. Физический смысл компонент тензора напряжений Коши. Уравнение движения сплошной среды в пространственном описании.
4. Тензор напряжений Пиолы-Кирхгофа. Физический смысл компонент тензора напряжений Пиолы-Кирхгофа. Уравнение движения сплошной среды в материальном описании.
5. Первый закон термодинамики. Интегральная форма закона сохранения энергии: определения, аксиомы. Вектор потока тепла. Локальное уравнение баланса энергии. Теорема живых сил и уравнение притока тепла.
6. Второй закон термодинамики: определения, аксиомы. Интегральная формулировка. Неравенство Планка (положительность производства энтропии за счет внутренних источников). Неравенство Клаузиуса (для плотности производства энтропии). Дифференциальная формулировка второго закона термодинамики.
7. Энергетически сопряженные пары тензоров. Проверка энергетической сопряженности.
8. Принцип материальной индифферентности. Жесткое движение сплошного тела. Индифферентные и инвариантные тензоры. Плотность и деформационный градиент. Тензоры деформаций. Тензоры напряжений.
9. Принцип материальной индифферентности. Вектор скорости при жестком движении. Тензоры деформации скорости и вихря при жестком движении. Коротационные производные при наложенном жестком движении.
10. Теорема Кочина. Соотношения на поверхностях разрыва в отсчетной и текущей конфигурациях. Граничные условия для уравнений МСС как следствие условий на поверхностях разрыва.
11. Идеальные жидкости и газы: определения, свойства. Балансовые уравнения. Приближение несжимаемости. Граничные условия. Изэнтропийные течения. Область применимости различных приближений.
12. Малые возмущения в идеальной жидкости и газе. Волновые уравнения. Свойства звуковой волны. Смена типа уравнения для потенциала скорости в стационарном течении при переходе через скорость звука.
13. Гидростатика. Интеграл Бернулли.

14. Линии и трубки тока. Вихревые трубки. Теоремы Гельмгольца.
15. Линии и трубки тока. Вихревые трубки. Теорема Кельвина (Томсона).
16. Потенциальные течения идеальной жидкости и газа.
17. Плоские течения несжимаемой жидкости. Метод комплексных потенциалов. Обтекание различных тел. Парадокс Эйлера-Даламбера.
18. Вязкие жидкости. Ламинарные течения несжимаемой вязкой жидкости. Течения Куэтта и Пуазейля. Объемная и динамическая вязкость.
19. Теплопроводная жидкость. Приближение Буссинеска.

**Типовые практические задания для контроля освоенных умений на экзамене:**

1. Для покоящейся жидкости  $\sigma = -p \mathbf{g}$ . Записать уравнение равновесия. Какая жидкость будет находиться в равновесии в поле массовых сил  $\mathbf{f}$ , таких что  $\mathbf{f} \cdot (\nabla \times \mathbf{f}) \neq 0$ .
2. Задано поле компонент первого тензора Пиолы-Кирхгофа  $\mathbf{P}$  в ДОСК. Найти массовые силы, если при данном распределении напряжений тело находится в равновесии.

$$(P_{ij}) = \begin{pmatrix} 3X^2Y & 5Y & 0 \\ 5Y & 0 & 2Z \\ 0 & 2Z & 0 \end{pmatrix}$$

3. Записать уравнение неразрывности для потенциального течения сжимаемой и несжимаемой среды в виде уравнения для потенциала скорости.
4. Заданы компоненты тензора напряжений Коши и закон движения среды в ДОСК. Найти компоненты первого и второго тензоров напряжений Пиолы-Кирхгофа.

$$(s_{ij}) = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & -12 \\ 0 & -12 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 = X_1, \\ x_2 = X_2 + gX_3, \\ x_3 = X_3. \end{cases}$$

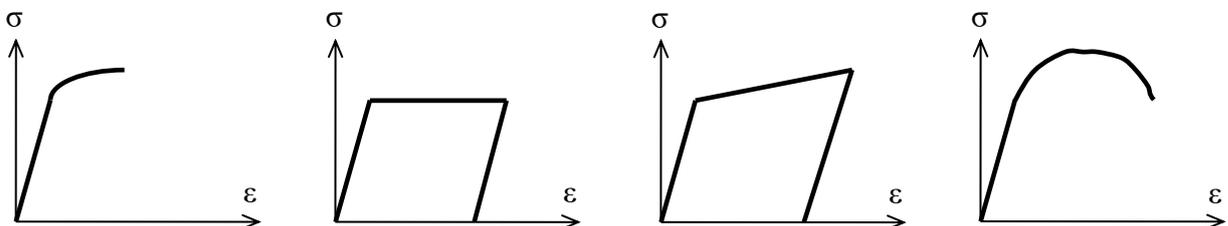
5. Имеется плоское течение слоя однородной несжимаемой жидкости, ограниченного с одной стороны неподвижным непроницаемым дном  $z = -h(x)$ , а с другой стороны – свободной поверхностью  $z = p(x, t)$ . Все характеристики течения не зависят от  $y$ ,  $v_y = 0$ . Считая известной среднюю по глубине скорость  $v_x = v_x(x, t)$ , получить уравнение для свободной поверхности, рассматривая закон сохранения массы для объема, заключенного между двумя близкими поперечными сечениями.
6. Доказать, что если тензор  $\mathbf{D}$  в некоторый момент времени одинаков во всех точках жидкой среды, то в этот момент и  $\mathbf{W}$  одинаков во всех точках среды.
7. Во всех точках среды  $\mathbf{D} \equiv \mathbf{0}$ . Используя формулу Коши-Гельмгольца, показать, что при этом случае поле скорости соответствует распределению скоростей в твердом теле:  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ , где  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор частицы относительно точки  $O$ ,  $\mathbf{v}_0(t)$  – скорость движения точки  $O$ ,  $\boldsymbol{\omega}(t)$  – вектор мгновенной угловой скорости, не зависящий от  $\mathbf{r}$ .
8. Найти  $\mathbf{D}$  и  $\mathbf{W}$  для течения среды с полем скорости, заданным в ДОСК, как  $v_1 = 2x_2 / t$ ,  $v_2 = 2x_1 / t$ ,  $v_3 = 0$ . Происходит ли изменение объема, занимаемого индивидуальными частицами среды? Построить траектории и линии тока.
9. Найти распределение давления и плотности в политропной атмосфере, для которой давление  $p$  и плотность  $\rho$  связаны соотношением:  $p = p_0(r / r_0)^\gamma$ , где  $\gamma > 1$ . Определить высоту атмосферы.
10. Объем идеальной несжимаемой однородной жидкости находится в равновесии под действием массовых сил, направленных к неподвижному центру и пропорциональных расстоянию до этого центра. Определит форму свободной поверхности жидкости и давление в центре.
11. Для измерения скорости потока жидкости используется трубка Пито-Прандтля. Манометр

измеряет разность давлений  $(p - p_1)$  в точках А и В. Определить скорость потока жидкости, принимая, что в закругленной части трубки (точка А) скорость равна нулю, а в точке В (достаточно удаленной от точки А) скорость равна скорости потока.

12. Показать, что для движения твердого тела в вязкой несжимаемой жидкости сила, действующая со стороны жидкости на элемент  $dS$  его поверхности с нормалью  $\mathbf{n}$ , равна:  $\mathbf{t} = - (p\mathbf{n} + \mu\mathbf{n} \times (\text{rot } \mathbf{v} - 2\mathbf{\Omega})) dS$ , где  $\mathbf{\Omega}$  – угловая скорость тела.
13. Плоскость  $y=0$  движется вдоль оси  $x$  с постоянной скоростью  $v_x=v_0$ . Несжимаемая жидкость, заполняющая полупространство  $y>0$ , имеет на бесконечности скорость  $v_x=v_\infty$ . Коэффициент вязкости  $\mu$  зависит от  $y$ :  $\mu = \mu_0(1 + y/a)^2$ , где  $\mu_0$  и  $a > 0$  — постоянные. Изменится ли вид уравнения Навье-Стокса и каким будет поле скоростей частиц жидкости?
14. Для идеальной несжимаемой жидкости, движущейся в установившемся режиме через изогнутую под прямым углом трубку, получить: 1) уравнение баланса количества движения для неподвижного пространственного объема, 2) модуль силы, действующий со стороны жидкости на трубку. Известно, что ее входное сечение  $2S$  вдвое больше выходного  $S$ , а скорость жидкости на входе из трубки равна  $v_0$ .
15. Для идеальной несжимаемой жидкости, движущейся в установившемся режиме через U-образную трубку, получить: 1) уравнение баланса количества движения для неподвижного пространственного объема, 2) модуль силы, действующий со стороны жидкости на трубку, если ее входное сечение  $2S$  вдвое больше выходного, а скорость на входе равна  $v_0$ .
16. Однородный плоскопараллельный поток идеальной несжимаемой жидкости  $v_0$  набегаёт на перпендикулярный ему линейно распределенный источник интенсивности  $q$ . Найти точки с максимальным давлением. **Справка:** потенциалы точечного источника в начале координат в пространственном и в плоском случаях задаются выражениями  $f_1 = -q/4\pi r$  и  $f_2 = q \ln r / 2\pi$ .
17. Однородный плоскопараллельный поток идеальной несжимаемой жидкости  $v_0$ , двигаясь вдоль оси  $x$ , набегаёт на линейно распределенный вдоль оси  $z$  диполь интенсивности  $m$ . Найти точки с максимальным давлением. **Справка:** потенциалы точечного диполя в начале координат в пространственном и в плоском случаях задаются выражениями  $f_1 = -mx / 4\pi r^3$  и  $f_2 = mx / 2\pi r^2$ .

### 2.3.3. Вариант теста для зачета по дисциплине в третьем семестре

1. В некотором одномерном испытании однородного образца для различных материалов получены следующие диаграммы. Назвать математические модели, описывающие такое поведение материалов.



2. Найти, при каком касательном напряжении в опыте на чистый сдвиг начнется неупругое деформирование образца из материала, удовлетворяющего критерию пластического течения Мизеса.
3. Как меняется  $\det \mathbf{F}$  ( $\mathbf{F}$  — деформационный градиент) при описании пластического течения материала в условиях больших деформаций? Как меняется соответствующая мера в приближении малых деформаций?

4. Рассматривая ТПТ с упрочнением и критерием Мизеса с функцией  $f(\boldsymbol{\sigma}') = \bar{\sigma}$  ( $\bar{\sigma}$  — интенсивность девиатора  $\boldsymbol{\sigma}'$  тензора напряжений  $\boldsymbol{\sigma}$ ), к каждой описанной словами ситуации дописать условия ее реализации из списка:  $d\boldsymbol{\sigma}':\tilde{\mathbf{n}} = 0$ ,  $d\boldsymbol{\sigma}':\tilde{\mathbf{n}} \leq 0$ ,  $d\boldsymbol{\sigma}':\tilde{\mathbf{n}} \geq 0$ ,  $\bar{\sigma} = \sigma_*$ ,  $\bar{\sigma} < \sigma_*$ ,  $\bar{\sigma} > \sigma_*$ , где  $\tilde{\mathbf{n}}$  — тензорная “нормаль” к поверхности текучести  $f(\boldsymbol{\sigma}') = \sigma_*$ ,  $\sigma_*$  — предел текучести из критерия Мизеса. Происходит:
- 1) упругая разгрузка,
  - 2) нейтральное нагружение,
  - 3) активное упругопластическое деформирование,
  - 4) чисто упругое нагружение.
5. Что происходит с уравнениями эндохронной теории пластичности с соотношениями вида  $\boldsymbol{\sigma}' = 2 \int_0^z \mu(z - \zeta) \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}'}{d\zeta} d\zeta$ ,  $dz = |d\boldsymbol{\varepsilon}' - \frac{\chi}{2\mu} d\boldsymbol{\sigma}'|$  ( $z$  — внутреннее время) при  $\chi \rightarrow 1$  с ядром  $\mu(z) = \mu \exp(-\frac{2\mu}{\sigma_*} z)$ ?
6. В чем проявляется эффект запаздывания векторных свойств при изломе траектории в пространстве деформаций?
7. Какие соотношения для деформации скорости справедливы при описании упругопластического деформирования в рамках геометрически нелинейной теории:
- 1)  $\mathbf{L} = \mathbf{L}^e + \mathbf{L}^p$ ,
  - 2)  $\mathbf{D} = \mathbf{D}^e + \mathbf{D}^p$ ,
  - 3)  $\mathbf{L} = \mathbf{L}^e + \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{L}^p \cdot \mathbf{F}^{e-1}$ ,
  - 4)  $\mathbf{L} = \mathbf{F}^{p-1} \cdot \mathbf{L}^e \cdot \mathbf{F}^{p-T} + \mathbf{L}^p$ ?
8. Найти изменение объема в рамках геометрически нелинейного подхода при неупругом деформировании монокристалла за счет сдвигов по кристаллографическим системам скольжения  $\mathbf{F}^p = \sum_{\alpha} \gamma^{\alpha} \mathbf{s}^{\alpha} \mathbf{n}^{\alpha}$  ( $\mathbf{n}^{\alpha}$  — нормаль к плоскости скольжения,  $\mathbf{s}^{\alpha}$  — направление сдвига в этой плоскости) и всестороннего изотропного деформирования  $\mathbf{F}^d = \phi \mathbf{I}$  элементарного объема за счет диффузии примеси.
9. Записать, как модифицируются соотношения взаимности Онзагера  $L_{ij} = L_{ji}$  при наличии дополнительной линейной связи  $\sum_k b_k J_k = 0$  между термодинамическими потоками  $J_k$ .
10. Для изотропной термодинамической системы, в которой действуют необратимые процессы различного тензорного характера (скалярные, векторные, симметричные тензорные второго ранга) записать линейные законы Онзагера и упростить систему коэффициентов, используя независимость соотношений от выбора системы отсчета и преобразования инверсии ( $-\mathbf{I}$ ).
11. Рассматривая внутреннюю энергию металлического монокристалла, содержащего вакансии, как функцию  $u = u(s, \boldsymbol{\varepsilon}^e, c)$  энтропии  $s$ , упругих деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  и концентрации вакансий  $c$ , в условиях однородного распределения температуры, найти производство энтропии и выражение для потока вакансий, возникающего при мгновенном снятии напряжений.

*Полный перечень теоретических вопросов и практических заданий в форме утвержденного комплекта экзаменационных билетов хранится на выпускающей кафедре.*

### 2.3.2. Перечень типовых тем курсовых работ

Темы курсовых работ рекомендуется выбирать в соответствии с тематикой НИРС, предполагающую применение вычислительных методов для систем

дифференциальных уравнений.

Тема может быть выбрана из списка типовых:

1. Фундаментальное решение задачи изотропной линейной теории упругости в несимметричной постановке.
2. Градиентная модель линейно-упругой среды.
3. Строение тензора линейно-упругих модулей второго порядка для градиентной модели линейно-упругой изотропной среды.
4. Задача о движении ремня на двух вращающихся шкивах.

### **2.3.2. Шкалы оценивания результатов обучения на экзамене**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов *знать, уметь, владеть* заявленных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Типовые шкала и критерии оценки результатов обучения при сдаче экзамена для компонентов *знать, уметь и владеть* приведены в общей части ФОС образовательной программы.

## **3. Критерии оценивания уровня сформированности компонентов и компетенций**

### **3.1. Оценка уровня сформированности компонентов компетенций**

При оценке уровня сформированности компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что *полученная оценка за компонент проверяемой в билете компетенции обобщается на соответствующий компонент всех компетенций, формируемых в рамках данной учебной дисциплины.*

Типовые критерии и шкалы оценивания уровня сформированности компонентов компетенций приведены в общей части ФОС образовательной программы.

### **3.2. Оценка уровня сформированности компетенций**

Общая оценка уровня сформированности всех компетенций проводится путем агрегирования оценок, полученных студентом за каждый компонент формируемых компетенций, с учетом результатов текущего и рубежного контроля в виде интегральной оценки по 4-х балльной шкале. Все результаты контроля заносятся в оценочный лист и заполняются преподавателем по итогам промежуточной аттестации.

Форма оценочного листа и требования к его заполнению приведены в общей части ФОС образовательной программы.

При формировании итоговой оценки промежуточной аттестации в виде экзамена используются типовые критерии, приведенные в общей части ФОС образовательной программы.